

# ADDENDUM TO: PRINCIPAL RANK PLATEAUX IN THE INTEGERS BEYOND $10^{12}$

ROGER B. EGGLETON, JASON S. KIMBERLEY, AND JAMES A. MACDOUGALL

## MORE PLATEAU INSTANCES

We chose  $s$  products  $m_i$  of comparable magnitude by partitioning the first  $st$  primes so that

$$m_i = \prod \{p_j : 1 \leq j \leq st \mid j \equiv i+1, -i \pmod{2s}\} \text{ for } 0 \leq i < s,$$

$$\text{and let } N_{st} = \prod_{i=0}^{s-1} m_i.$$

By the Chinese Remainder Theorem, there is a unique positive integer  $n_0 < N_{st}$  such that

$$n_0 + i \equiv 0 \pmod{m_i} \text{ for } 0 \leq i < s.$$

In the main document we let  $n_k = n_0 + kN_{st}$ ,  $k \geq 0$ . Here, in this addendum, we let  $n_k = -n_0 + kN_{st}$ ,  $k \geq 1$ .

TABLE 1. Successful plateau constructions from  $n_k = -n_0 + kN_{st}$ .

| $r$ | $s$ | $t$ | $k$ | # |
|-----|-----|-----|-----|---|
| 60  | 2   | 56  | 42  | 2 |
| 62  | 2   | 59  | 13  | 3 |
| 64  | 2   | 59  | 1   | 4 |
| 29  | 3   | 24  | 81  | 5 |
| 30  | 3   | 26  | 26  | 6 |
| 32  | 3   | 27  | 22  | 7 |
| 19  | 4   | 14  | 723 | 8 |
| 14  | 5   | 9   | 37  | 9 |

---

Report completed 9<sup>th</sup> May 2011.

2000 *Mathematics Subject Classification*. Primary 11A51.

TABLE 2.  $s = 2, t = 56, k = 42$ 

$n_k = 291\,677\,592\,981\,134\,007\,557\,382\,305\,576$   
 $294\,550\,039\,947\,609\,568\,817\,789\,896\,127\,621\,716\,618\,753\,585$   
 $141\,817\,622\,706\,411\,347\,805\,495\,114\,904\,223\,490\,661\,882\,745$   
 $301\,683\,786\,180\,684\,965\,504\,737\,449\,525\,236\,737\,283\,298\,395$   
 $986\,750\,692\,583\,737\,321\,570\,661\,940\,156\,265\,640\,718\,130\,937$   
 $335\,721\,916\,495\,072\,965\,325\,010\,671\,818\,864\,231\,525\,697\,036$

| $i$ | Factorisation( $n_k - i$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $\omega$ | $\Omega$ |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|
| 0   | $2^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 53 \cdot 59 \cdot 71 \cdot 73 \cdot 89 \cdot 97 \cdot 107 \cdot 109 \cdot 131 \cdot$<br>$137 \cdot 151 \cdot 157 \cdot 173 \cdot 179 \cdot 193 \cdot 197 \cdot 223 \cdot 227 \cdot 239 \cdot 241 \cdot 263 \cdot 269 \cdot$<br>$281 \cdot 283 \cdot 311 \cdot 313 \cdot 337 \cdot 347 \cdot 359 \cdot 367 \cdot 383 \cdot 389 \cdot 409 \cdot 419 \cdot 433 \cdot$<br>$439 \cdot 457 \cdot 461 \cdot 479 \cdot 487 \cdot 503 \cdot 509 \cdot 541 \cdot 547 \cdot 569 \cdot 571 \cdot 593 \cdot 599 \cdot$<br>$613 \cdot 341749 \cdot 5835515425506583 \cdot 501827684100124781501527 \cdot$<br>$555162976105231836846949315785866341595857453361689583275$<br>$11730978285523458906560431$   | 60       | 61       |
| 1   | $3^2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 43 \cdot 47 \cdot 61 \cdot 67 \cdot 79 \cdot 83 \cdot 101 \cdot 103 \cdot 113 \cdot$<br>$127 \cdot 139 \cdot 149 \cdot 163 \cdot 167 \cdot 181 \cdot 191 \cdot 199 \cdot 211 \cdot 229 \cdot 233 \cdot 251 \cdot 257 \cdot$<br>$271 \cdot 277 \cdot 293 \cdot 307 \cdot 317 \cdot 331 \cdot 349 \cdot 353 \cdot 373 \cdot 379 \cdot 397 \cdot 401 \cdot 421 \cdot$<br>$431 \cdot 443 \cdot 449 \cdot 463 \cdot 467 \cdot 491 \cdot 499 \cdot 521 \cdot 523 \cdot 557 \cdot 563 \cdot 577 \cdot$<br>$587 \cdot 601 \cdot 607 \cdot 138380423 \cdot 52106115913348266145565190412991 \cdot$<br>$21632235875123924195256032753637733 \cdot 231585450879010947002$<br>$909759571552576204951932608700981$ | 60       | 61       |

TABLE 3.  $s = 2, t = 59, k = 13$ 

$n_k = 5$

757 146 111 453 573 786 722 275 747 895 282 134 166 998 024  
 379 990 108 984 701 527 239 389 114 617 683 473 310 996 353  
 807 583 943 827 931 849 871 320 041 958 649 728 498 006 126  
 374 994 027 019 151 785 471 751 875 494 720 501 361 660 729  
 509 747 004 644 343 862 290 604 338 599 659 747 013 426 866  
 314 960 174 394 080 942 982 193 957 201 760 826 191 623 866

| $i$ | Factorisation( $n_k - i$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | $\omega$ | $\Omega$ |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|
| 0   | $2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 53 \cdot 59 \cdot 71 \cdot 73 \cdot 89 \cdot 97 \cdot 107 \cdot 109 \cdot 131 \cdot 137 \cdot 151 \cdot$<br>$157 \cdot 173 \cdot 179 \cdot 193 \cdot 197 \cdot 223 \cdot 227 \cdot 239 \cdot 241 \cdot 263 \cdot 269 \cdot 281 \cdot 283 \cdot 311 \cdot$<br>$313 \cdot 337 \cdot 347 \cdot 359 \cdot 367 \cdot 383 \cdot 389 \cdot 409 \cdot 419 \cdot 433 \cdot 439 \cdot 457 \cdot 461 \cdot 479 \cdot 487 \cdot$<br>$503 \cdot 509 \cdot 541 \cdot 547 \cdot 569 \cdot 571 \cdot 593 \cdot 599 \cdot 613 \cdot 617 \cdot 641 \cdot 643 \cdot 1187 \cdot 72091 \cdot$<br>$10078823267782319182143641009960731632820123512912617886$<br>$22489349538358707478368268828723393431224653764482064373$<br>$73085582859573439$  | 62       | 62       |
| 1   | $3 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 43 \cdot 47 \cdot 61^2 \cdot 67 \cdot 79 \cdot 83 \cdot 101 \cdot 103 \cdot 113 \cdot 127 \cdot 139 \cdot 149 \cdot$<br>$163 \cdot 167 \cdot 181 \cdot 191 \cdot 199^2 \cdot 211 \cdot 229 \cdot 233 \cdot 251 \cdot 257 \cdot 271 \cdot 277 \cdot 293 \cdot 307 \cdot 317 \cdot$<br>$331 \cdot 349 \cdot 353 \cdot 373 \cdot 379 \cdot 397 \cdot 401 \cdot 421 \cdot 431 \cdot 443 \cdot 449 \cdot 463 \cdot 467 \cdot 491 \cdot 499 \cdot$<br>$521 \cdot 523 \cdot 557 \cdot 563 \cdot 577 \cdot 587 \cdot 601 \cdot 607 \cdot 619 \cdot 631 \cdot 647 \cdot 20611 \cdot 12076117 \cdot$<br>$280135339960550373655490832339201003450102519771203883575$<br>$643693298958263304970791519667546758949131887985857085780$<br>$2132727$ | 62       | 64       |

TABLE 4.  $s = 2, t = 59, k = 1$ 

$n_k =$

308 646 002 417 886 594 188 266 646 788 778 340 470 146 130  
600 470 034 405 828 128 194 740 954 973 452 290 783 923 771  
278 193 949 587 751 973 934 196 789 078 108 971 901 233 234  
505 763 387 675 056 957 352 419 175 479 248 535 264 669 369  
725 743 348 817 513 659 673 113 501 186 291 063 159 141 660  
756 716 867 128 010 856 979 368 704 582 148 131 286 830 306

| $i$ | Factorisation( $n_k - i$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | $\omega$ | $\Omega$ |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|
| 0   | $2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 53 \cdot 59^2 \cdot 71 \cdot 73 \cdot 89 \cdot 97 \cdot 107 \cdot 109 \cdot 131 \cdot 137 \cdot 151 \cdot$<br>$157 \cdot 173 \cdot 179 \cdot 193 \cdot 197 \cdot 223 \cdot 227 \cdot 239 \cdot 241 \cdot 263 \cdot 269 \cdot 281 \cdot 283 \cdot 311 \cdot$<br>$313 \cdot 337 \cdot 347 \cdot 359 \cdot 367 \cdot 383 \cdot 389 \cdot 409 \cdot 419 \cdot 433 \cdot 439 \cdot 457 \cdot 461 \cdot 479 \cdot$<br>$487 \cdot 503 \cdot 509 \cdot 541 \cdot 547 \cdot 569 \cdot 571 \cdot 593 \cdot 599 \cdot 613 \cdot 617 \cdot 641 \cdot 643 \cdot 7681 \cdot$<br>$7090402499 \cdot 2407282635953743441 \cdot 8472222722908880461829 \cdot$<br>$705553401319677972420978676436729004318168074469509056543$<br>$8337553798080364338607$ | 64       | 65       |
| 1   | $3 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 43^2 \cdot 47 \cdot 61 \cdot 67 \cdot 79 \cdot 83 \cdot 101 \cdot 103 \cdot 113 \cdot 127 \cdot 139 \cdot 149 \cdot 163 \cdot$<br>$167 \cdot 181 \cdot 191 \cdot 199 \cdot 211 \cdot 229 \cdot 233 \cdot 251 \cdot 257 \cdot 271 \cdot 277 \cdot 293 \cdot 307 \cdot 317 \cdot 331 \cdot 349 \cdot$<br>$353 \cdot 373 \cdot 379 \cdot 397 \cdot 401 \cdot 421 \cdot 431 \cdot 443 \cdot 449 \cdot 463 \cdot 467 \cdot 491 \cdot 499 \cdot 521 \cdot 523 \cdot$<br>$557 \cdot 563 \cdot 577 \cdot 587 \cdot 601 \cdot 607 \cdot 619 \cdot 631 \cdot 647 \cdot 41571074767 \cdot 55090144117 \cdot$<br>$3572027111077 \cdot 85963700785373830231473276334432239767723 \cdot 1$<br>$5006075399095288820273466067984394966750560111728814102581$    | 64       | 65       |

TABLE 5.  $s = 3, t = 24, k = 81$ 

$n_k = 2\,654\,078\,388\,188$

381 643 003 266 824 890 331 522 908 350 170 348 673 738 781  
 291 174 483 742 048 953 300 444 847 489 934 674 264 081 484  
 066 874 065 519 045 976 429 516 590 497 877 860 060 915 822

| $i$ | Factorisation( $n_k - i$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $\omega$ | $\Omega$ |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|
| 0   | $2 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 61 \cdot 67 \cdot 89^2 \cdot 97 \cdot 113 \cdot 127 \cdot 151 \cdot 157 \cdot 181 \cdot 191 \cdot$<br>$223 \cdot 227 \cdot 251 \cdot 257 \cdot 281 \cdot 283 \cdot 317 \cdot 331 \cdot 359 \cdot 367 \cdot 397 \cdot 4673750533 \cdot$<br>$1888883232314033 \cdot 68798468802252962565879309530371621 \cdot$<br>$118672411928039806893032237760908854141114775827$ | 29       | 29       |
| 1   | $3 \cdot 11^2 \cdot 19 \cdot 31 \cdot 43 \cdot 59 \cdot 71 \cdot 83 \cdot 101 \cdot 109 \cdot 131 \cdot 149 \cdot 163 \cdot 179 \cdot 193 \cdot 211 \cdot 229 \cdot$<br>$241 \cdot 263 \cdot 277 \cdot 293 \cdot 313 \cdot 337 \cdot 353 \cdot 231877 \cdot 31407373 \cdot 614001710689 \cdot$<br>$25484202978937 \cdot 650600740839720089491991996031028941410574$<br>$699356526637401961$                     | 29       | 30       |
| 2   | $2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 47 \cdot 53 \cdot 73 \cdot 79 \cdot 103 \cdot 107 \cdot 137 \cdot 139 \cdot 167 \cdot 173 \cdot 197 \cdot$<br>$199 \cdot 233 \cdot 239 \cdot 269 \cdot 271 \cdot 307 \cdot 311 \cdot 347 \cdot 349 \cdot 28163 \cdot 196836287 \cdot$<br>$1920814367113018246058787769 \cdot 166532659035012409601203560$<br>$21917456914111014550883893710619$                    | 29       | 30       |

TABLE 6.  $s = 3, t = 26, k = 26$ 

$n_k = 2\,543\,915\,717\,070\,848\,887\,854\,758\,095$   
 $214\,912\,240\,348\,563\,052\,344\,722\,215\,063\,622\,689\,978\,768\,348$   
 $783\,654\,608\,011\,194\,791\,749\,292\,272\,322\,991\,353\,898\,714\,988$   
 $492\,928\,589\,642\,276\,578\,114\,602\,564\,598\,601\,456\,827\,711\,642$

| $i$ | Factorisation( $n_k - i$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $\omega$ | $\Omega$ |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|
| 0   | $2 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 61 \cdot 67 \cdot 89^2 \cdot 97 \cdot 113 \cdot 127 \cdot 151 \cdot 157 \cdot 181 \cdot 191 \cdot$<br>$223 \cdot 227 \cdot 251 \cdot 257 \cdot 281 \cdot 283 \cdot 317 \cdot 331 \cdot 359 \cdot 367 \cdot 397 \cdot 4673750533 \cdot$<br>$1888883232314033 \cdot 68798468802252962565879309530371621 \cdot$<br>$118672411928039806893032237760908854141114775827$    | 30       | 31       |
| 1   | $3^2 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 31 \cdot 43 \cdot 59^2 \cdot 71 \cdot 83 \cdot 101 \cdot 109 \cdot 131 \cdot 149 \cdot 163 \cdot 179 \cdot 193 \cdot 211 \cdot$<br>$229 \cdot 241 \cdot 263 \cdot 277 \cdot 293 \cdot 313 \cdot 337 \cdot 353 \cdot 373 \cdot 389 \cdot 719 \cdot 187877 \cdot 9869641 \cdot$<br>$228291935899242062041653122335296783169036444141331974911$<br>$97611602791935159625548669521005949$ | 30       | 32       |
| 2   | $2^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 47 \cdot 53 \cdot 73 \cdot 79 \cdot 103 \cdot 107 \cdot 137 \cdot 139 \cdot 167 \cdot$<br>$173 \cdot 197 \cdot 199 \cdot 233 \cdot 239 \cdot 269 \cdot 271 \cdot 307 \cdot 311 \cdot 347 \cdot 349 \cdot 379 \cdot$<br>$383 \cdot 617 \cdot 52738579859773773813249079677689263395191387 \cdot 17991$<br>$869385957582033430195428605988639992855998364466319220497$  | 30       | 32       |

TABLE 7.  $s = 3, t = 27, k = 22$ 

$n_k = 150\ 141\ 174\ 372\ 025\ 048\ 494\ 330\ 582\ 125\ 863\ 942$   
 $009\ 558\ 357\ 199\ 295\ 970\ 964\ 825\ 926\ 762\ 834\ 007\ 789\ 796\ 505$   
 $705\ 485\ 321\ 437\ 643\ 816\ 959\ 903\ 952\ 338\ 724\ 000\ 902\ 383\ 603$   
 $579\ 459\ 186\ 003\ 333\ 803\ 731\ 311\ 872\ 856\ 910\ 434\ 695\ 635\ 542$

| $i$ | Factorisation( $n_k - i$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | $\omega$ | $\Omega$ |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|
| 0   | $2 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 61 \cdot 67 \cdot 89 \cdot 97 \cdot 113 \cdot 127 \cdot 151 \cdot 157 \cdot$<br>$181 \cdot 191 \cdot 223 \cdot 227 \cdot 251 \cdot 257 \cdot 281 \cdot 283 \cdot 317 \cdot 331 \cdot 359 \cdot$<br>$367 \cdot 397 \cdot 401 \cdot 246473 \cdot 1810212078541 \cdot 25541981840874389537 \cdot$<br>$6423458901328466804196781165588888969 \cdot 1289791628058667499$<br>$0732161024589199233033$   | 32       | 32       |
| 1   | $3 \cdot 11 \cdot 19 \cdot 31 \cdot 43 \cdot 59 \cdot 71 \cdot 83 \cdot 101 \cdot 109 \cdot 131 \cdot 149 \cdot 163 \cdot$<br>$179 \cdot 193 \cdot 211 \cdot 229 \cdot 241 \cdot 263 \cdot 277 \cdot 293 \cdot 313 \cdot 337 \cdot 353 \cdot$<br>$373 \cdot 389 \cdot 409 \cdot 5843 \cdot 19541 \cdot 4510457781184258865333 \cdot$<br>$1078884685745569352482274090409703 \cdot 1399146403951706396445$<br>$272518062377455570968256550623$  | 32       | 33       |
| 2   | $2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 47 \cdot 53 \cdot 73 \cdot 79 \cdot 103 \cdot 107 \cdot 137 \cdot 139 \cdot 167 \cdot$<br>$173 \cdot 197 \cdot 199 \cdot 233 \cdot 239 \cdot 269 \cdot 271 \cdot 307 \cdot 311 \cdot 347 \cdot 349 \cdot 379 \cdot$<br>$383 \cdot 419 \cdot 144672463347703 \cdot 1029630268336218663720831026657 \cdot$<br>$4376943803249107791206365882823 \cdot 2529675410363811260527911$<br>$20902513053943$ | 32       | 32       |

TABLE 8.  $s = 4$ ,  $t = 14$ ,  $k = 723$ 

$n_k = 3\ 136\ 484\ 434\ 936\ 710\ 192$   
 $252\ 197\ 730\ 949\ 949\ 532\ 799\ 032\ 449\ 371\ 208\ 664\ 371\ 617\ 335$   
 $160\ 015\ 980\ 826\ 933\ 151\ 978\ 670\ 606\ 543\ 286\ 343\ 314\ 494\ 262$

| $i$ | Factorisation( $n_k - i$ )                                                                                                                                                                                                                                           | $\omega$ | $\Omega$ |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|
| 0   | $2 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 53 \cdot 59 \cdot 89 \cdot 97 \cdot 131 \cdot 137 \cdot 173 \cdot 179 \cdot 223 \cdot 227 \cdot 263 \cdot$<br>$503 \cdot 711497 \cdot 4162859251 \cdot 3938509206412770916614264324757 \cdot$<br>$3061963191029321896177621831948607$     | 19       | 19       |
| 1   | $3^2 \cdot 17 \cdot 29 \cdot 47 \cdot 61 \cdot 83 \cdot 101 \cdot 127 \cdot 139 \cdot 167 \cdot 181 \cdot 211 \cdot 229 \cdot 257 \cdot$<br>$37593587 \cdot 22976276143 \cdot 28414138901 \cdot 1315952491147733461991 \cdot$<br>$137433878470120156516648194184771$ | 19       | 20       |
| 2   | $2^2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 31 \cdot 43 \cdot 67 \cdot 79 \cdot 103 \cdot 113 \cdot 149 \cdot 163 \cdot 191 \cdot 199 \cdot$<br>$233 \cdot 251 \cdot 1783 \cdot 3746424971 \cdot 1090879063401988083143140447 \cdot$<br>$373411018453137684012596381669118524284069$ | 19       | 20       |
| 3   | $7 \cdot 11 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 71 \cdot 73 \cdot 107 \cdot 109 \cdot 151 \cdot 157 \cdot 193 \cdot 197 \cdot 239 \cdot 241 \cdot 43981919 \cdot$<br>$15559800469 \cdot 171728375116898371 \cdot 994257964792256083 \cdot$<br>$73221889303154785361575858001$    | 19       | 19       |



TABLE 9.  $s = 5, t = 9, k = 37$ 

$$n_k = 1\,415\,277\,864\,642\,574\,481\,911\,682\,711\,635\,643\,014\,729\,738\,682\,220\,003\,366\,822\,399\,227\,080\,546\,403\,363\,632\,372$$

| $i$ | Factorisation( $n_k - i$ )                                                                                                                                                                 | $\omega$ | $\Omega$ |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|
| 0   | $2^2 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 71 \cdot 73 \cdot 113 \cdot 127 \cdot 173 \cdot 179 \cdot 359 \cdot 102031 \cdot 67839528331 \cdot 140850074685797689 \cdot 488194666760562165128422159867$   | 14       | 15       |
| 1   | $3 \cdot 23 \cdot 37 \cdot 67 \cdot 79 \cdot 109 \cdot 131 \cdot 167 \cdot 181 \cdot 104239 \cdot 186122221823 \cdot 16521786914489 \cdot 97834178047649 \cdot 7737846032218890073459$     | 14       | 14       |
| 2   | $2 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 41 \cdot 61 \cdot 83 \cdot 107 \cdot 137 \cdot 163 \cdot 191 \cdot 2887 \cdot 41981 \cdot 234979 \cdot 2760847371810240970754365220063099516321994881214671$     | 14       | 14       |
| 3   | $7 \cdot 17 \cdot 43 \cdot 59 \cdot 89 \cdot 103 \cdot 139 \cdot 157 \cdot 193 \cdot 649897 \cdot 1246057 \cdot 226549919 \cdot 725001360269 \cdot 912830449379583972760012311801509$      | 14       | 14       |
| 4   | $2^4 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 47 \cdot 53 \cdot 97 \cdot 101 \cdot 149 \cdot 151 \cdot 197 \cdot 1910509 \cdot 1733286424313 \cdot 191879016527334105382428435866315742567858077$ | 14       | 18       |

## UPPER BOUNDS

Based on the Chinese Remainder method solutions we found, we have upper bounds  $L(r, s) > \log n(r, s)$ , where the logarithm has base 10. The upper bounds for maximum  $s$  for each  $r$ , from the main document and above, are listed in Table 10. For example, there is a plateau of rank 6 and size 10 in the interval  $(10^{44.90}, 10^{44.91})$ .

TABLE 10. Upper bounds on  $\log n(r, s)$ .

| $r$ | $s$ | $L(r, s)$ | $r$ | $s$ | $L(r, s)$ | $r$ | $s$ | $L(r, s)$ |
|-----|-----|-----------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| 6   | 10  | 44.91     | 27  | 3   | 139.62    | 48  | 2   | 192.63    |
| 7   | 8   | 46.40     | 28  | 3   | 139.52    | 49  | 2   | 192.96    |
| 8   | 7   | 45.42     | 29  | 3   | 147.43    | 50  | 2   | 193.45    |
| 9   | 6   | 49.15     | 30  | 3   | 162.41    | 51  | 2   | 214.15    |
| 10  | 6   | 62.29     | 31  | 3   | 161.49    | 52  | 2   | 209.56    |
| 11  | 6   | 76.34     | 32  | 3   | 170.18    | 53  | 2   | 220.30    |
| 12  | 5   | 59.70     | 33  | 2   | 120.85    | 54  | 2   | 220.39    |
| 13  | 5   | 82.37     | 34  | 2   | 126.05    | 55  | 2   | 218.96    |
| 14  | 5   | 81.16     | 35  | 2   | 125.11    | 56  | 2   | 231.27    |
| 15  | 5   | 105.58    | 36  | 2   | 126.40    | 57  | 2   | 236.45    |
| 16  | 4   | 98.01     | 37  | 2   | 130.94    | 58  | 2   | 241.48    |
| 17  | 4   | 98.07     | 38  | 2   | 145.41    | 59  | 2   | 246.90    |
| 18  | 4   | 107.17    | 39  | 2   | 140.52    | 60  | 2   | 254.47    |
| 19  | 4   | 108.50    | 40  | 2   | 150.97    | 61  | 2   | 253.88    |
| 20  | 3   | 94.29     | 41  | 2   | 162.22    | 62  | 2   | 270.77    |
| 21  | 3   | 101.97    | 42  | 2   | 150.68    | 63  | 2   | 270.18    |
| 22  | 3   | 109.38    | 43  | 2   | 156.51    | 64  | 2   | 269.49    |
| 23  | 4   | 124.14    | 44  | 2   | 166.12    |     |     |           |
| 24  | 3   | 145.90    | 45  | 2   | 172.65    |     |     |           |
| 25  | 3   | 131.76    | 46  | 2   | 177.78    | 67  | 2   | 303.42    |
| 26  | 3   | 124.51    | 47  | 2   | 183.19    | 69  | 2   | 308.57    |